МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ИНСТИТУТ ТЕХНОЛОГИЙ (ФИЛИАЛ) ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ» В Г. ВОЛГОДОНСКЕ РОСТОВСКОЙ ОБЛАСТИ

(Институт технологий (филиал) ДГТУ в г. Волгодонске)

УТВЕРЖДАЮ
Директор
____________ И.В. Столяр
«26» апреля 2021 г.

Методические указания к самостоятельной работе по дисциплине «Гидравлика»

для обучающихся по направлению подготовки
15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств
профиль Технология машиностроения

2020 года набора

Волгодонск
2021

Лист согласования

Методические указания по дисциплине «Гидравлика» составлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки (специальности)
15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

Рассмотрены и одобрены на заседании кафедры «*ТСиИТ*» протокол № 10 от «26» апреля 2021 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Жидкости и их физические свойства

Примеры решения задач.

1) Сосуд заполнен водой, занимающей объем $W_1 = 2$ м^3. На сколько уменьшится и чему будет равен этот объем при увеличении давления на величину на величину 200 бар при температуре 20 ºС ? Модуль объемной упругости для воды при данной температуре $E_o = 2110$ МПа.

Изменение объема жидкости определим из уравнения (1.5):

$$\Delta W = -\beta_p W \Delta p.$$

Коэффициент объемного сжатия определим из уравнения (1.7):

$$\beta_p = {}^{1}/_{E_0} = \frac{1}{2110 \cdot 10^6} = 4{,}74 \cdot 10^{-10} \text{ 1/Па}.$$

Увеличение давления Δp = 200 бар = 20·10 Па. Тогда:

$$\Delta W = 4{,}74 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 20 \cdot 10^6 = 0{,}019 \text{ м}^3.$$

Искомый объем будет равен:

$$W_2 = W_1 - \Delta W = 1{,}981 \text{ м}^3.$$

2) Канистра, заполненная бензином и не содержащая воздуха, нагрелась на солнце до температуры 50 ºС. На сколько повысилось бы давление бензина внутри канистры, если бы она была абсолютно жесткой? Начальная температура бензина 20 ºС. Модуль объемной упругости бензина принять равным E_o =1300 МПа, коэффициент температурного расширения $\beta_t = 8 \cdot 10^{-4}$ 1/град.

Из уравнения (1.8) находим относительное изменение объема бензина при увеличении температуры Δt на 30 ºС ($\Delta t = t_2 - t_1 = 30$ ºС):

$$\Delta W/_W = \beta_t \Delta t = 8 \cdot 10^{-4} \cdot 30 = 0{,}024.$$

Из уравнения (1.5) находим изменение давления Δp при увеличении температуры Δt на 30 ºС:

$$\Delta p = \frac{\Delta W}{W}\frac{1}{\beta_p} = \frac{\Delta W}{W} E_o = 0{,}024 \cdot 1300 \cdot 10^6 = 31{,}2 \text{ МПа}.$$

3) Плотность масла АМГ-10 при температуре 20 °С составляет 850 кг/м^3. Определить плотность масла при повышении температуры до 60 °С и увеличении давления с атмосферного (p_1=0,1 МПа) до p_2=8,7 МПа. Модуль объемной упругости масла E_o =1305 МПа, температурный коэффициент β_t = 0,0008 1/град.

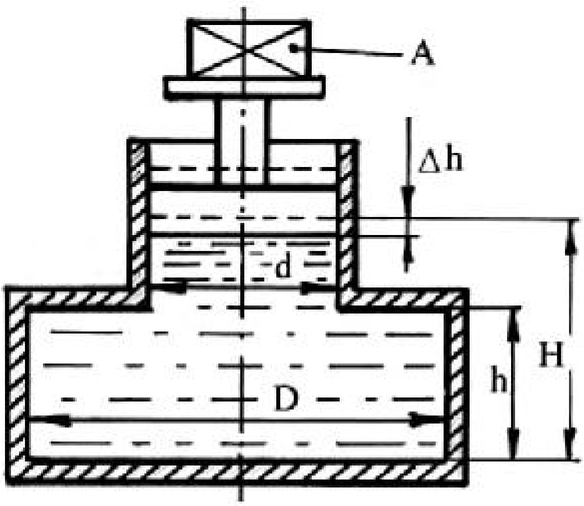
Плотность масла при повышении температуры до значения t_2 = 60 °С вычислим по формуле (1.9):

$$\rho_I = \rho_1 / (1 + \beta_t \Delta t) = 850 / (1 + 0{,}0008 \cdot (60 - 20)) = 823{,}6 \text{ кг/м}^3.$$

Плотность масла при повышении давления до значения p_2 = 8,7 МПа вычисляем по формулам (1.6) и (1.7):

$$\rho_{II} = \rho_I / (1 - \beta_p dp) = \frac{\rho_I}{1 - (p_2 - p_1)/E_0} = \frac{823{,}6}{1 - 8{,}6\cdot10^6/1305\cdot10^6} = 829 \text{ кг/м}^3.$$

4) Определить объемный модуль упругости жидкости, если под действием груза А массой 250 кг поршень прошел расстояние Δh = 5 мм. Начальная высота положения поршня (без груза) H = 1,5 м; диаметр поршня d = 80 мм и резервуара D = 300 мм; высота резервуара h = 1,3 м. Весом поршня пренебречь. Резервуар считать абсолютно жестким. -



Сила тяжести, создаваема грузом А, будет равна:

$$F = mg = 2450 \text{ Н}.$$

Давление, создаваемое этой силой (т.е. приращение давления dp), определим как:

$$dp = {}^{F}/_{S_k} = {}^{4F}/_{\pi d^2} = {}^{4 \cdot 2450}/_{3{,}14 \cdot 0{,}08^2} = 490 \text{ кПа}.$$

Первоначальный объем W жидкости равен:

$$W = S_1 h + S_2(H - h) = \frac{\pi D^2}{4} h + \frac{\pi d^2}{4}(H - h) = 0{,}093 \text{ м}^3$$

Изменение объема равно:

$$dW = S_2\, \Delta h = \frac{nd^2}{4} \Delta h \;=\; 2{,}5 \odot 10^{-} \text{ м}^3.$$

Модуль объемной упругости определим по формулам (1.5) и (1.7):

$$E_o = W \frac{dp}{dW} = 0{,}1 \cdot \frac{490 \cdot 10^3}{2{,}5 \cdot 10^{-5}} = 0{,}1814 \cdot 10^{10} \text{ Па} = 1814 \text{ МПа}.$$

Контрольные вопросы.

1. В чем заключается гипотеза сплошности жидкости?
2. Что такое плотность жидкости, от чего она зависит?
3. Какие силы относятся к массовым и поверхностным? Какие видынапряжений действуют в жидкости?
4. В чем состоит физический смысл объемного модуля упругости?
5. Что такое вязкость жидкости?
6. Какова связь кинематической и динамической вязкости?
7. Поясните природу неньютоновских жидкостей.
8. Какие причины вызывают кавитацию?
9. Что такое "холодное" кипение?
10. Какова природа явления поверхностного натяжения?

Гидростатика

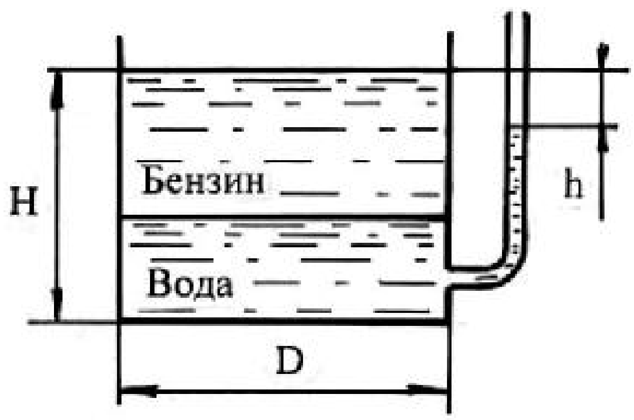
Примеры.

При решении задач по гидростатике необходимо различать такие понятия, как давление p и сила F.

Применяя основное уравнение гидростатики нужно помнить, что второй член в правой части уравнения может быть как положительным, так и отрицательным. Необходимо также твердо различать давления абсолютное, избыточное и вакуумметрическое, а также весовое давление жидкости.

При решении задач, в которых даны поршни или системы поршней, следует писать уравнение равновесия, то есть равенство нулю суммы всех сил, действующих на поршень или систему поршней. В задачах на относительный покой жидкости следует учитывать повышение давления за счет силы инерции переносного движения.

1) В цилиндрический бак диаметром 2 м до уровня H = 1,5 м налиты вода и бензин. Уровень воды в пьезометре ниже уровня бензина на h = 300 мм. Определить вес находящегося в баке бензина, если $\rho_б$= 700 кг/м^3.



Весовое (избыточное) давление воды и бензина в баке будет равно весовому давлению воды в пьезометре:

$$\rho_в g h_в + \rho_б g h_б = \rho_в g(H - h).$$

Поскольку в этом уравнении есть два неизвестных, выразим $h_в = H - h_б$, и подставим:

$$\rho_в g\,(H - h_б) + \rho_б g h_б = \rho_в g\,(H - h).$$

После сокращения получим:

$$h_б\,(\rho_в - \rho_б) = \rho_в h.$$

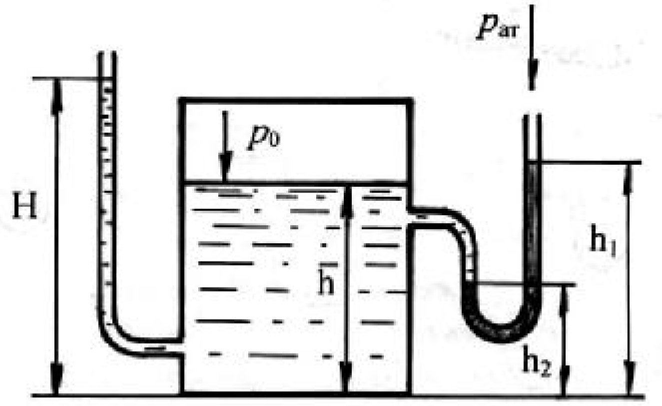
Высота бензина в баке:

$$h_б = \frac{\rho_в}{\rho_в - \rho_б} = \frac{1000 \cdot 0{,}3}{1000 - 700} = 1 м.$$

Вес находящегося в баке бензина:

$$G = Mg = \rho_б \cdot g \cdot S \cdot h_б = \rho_б \cdot g \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h_б = 700 \cdot 9{,}8 \cdot 3{,}14 \cdot 1^2 \cdot 1 = 21{,}54 \text{ кН}.$$

2) Определить давление p_o воздуха в напорном баке по показанию ртутного манометра. Какой высоты H должен быть пьезометр для измерения того же давления p_o? Высоты h=2,6 м; h_1=1,8 м; h_2=0,6 м. Плотность ртути ρ= 13600 кг/м^3, воды ρ= 1000 кг/м^3.



Абсолютное давление в баке на уровне высоты h_2 будет равно абсолютному давлению в ртутном манометре на том же уровне:

$$p_а = p_о + \rho_в g\,(h - h_2) = p_{ат} + \rho_{рт} g(h_1 - h_2).$$

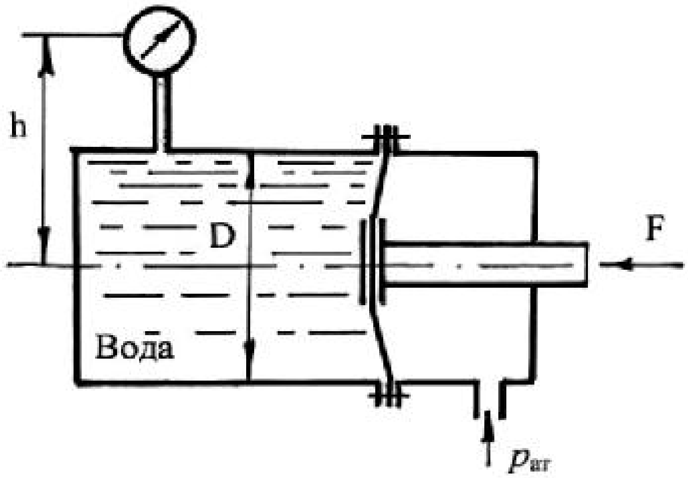
$$p_о = p_{ат} + ρ_{рт}g(h_1 – h_2) - ρ_вg\,(h - h_2) = 100000 + 13600·9,8·1,2 – 1000·9,8·2=$$
$$= 240,3 \text{ кПа}.$$

Для нахождения высоты H рассуждения аналогичны:

$$p_{ат} + ρ_вg\,H = p_о + ρ_вg\,h,$$

откуда $H = \dfrac{p\ \ ρ_вg - p_{ат}}{ρ_вg} = \dfrac{240\,000\ 1000·9,8·2,6 - 100\,000}{1000·9,8} = 16,92$ м.

3) Определить силу F, действующую на шток гибкой диафрагмы, если ее диаметр D = 200 мм, показания вакуумметра $p_{вак}$ = 0,05 МПа, высота h = 1 м. Площадью штока пренебречь. Найти абсолютное давление в левой полости, если $h_а$ = 740 мм. рт. ст.



Действующее на шток диафрагмы давление вакуума определяется по показанию вакуумметра с учетом высоты столба воды h:

$$p_{вак.д.} = ρgh – p_{вак} = 1000·9,8·1 – 50000 = – 40200 \text{ Па}.$$

Знак "–" указывает на то, что давление в левой полости гидроцилиндра по оси штока ниже атмосферного (давление вакуума).

Атмосферное давление составляет:

$$p_{ат} = 740·133,3 = 98642 \text{ Па}.$$

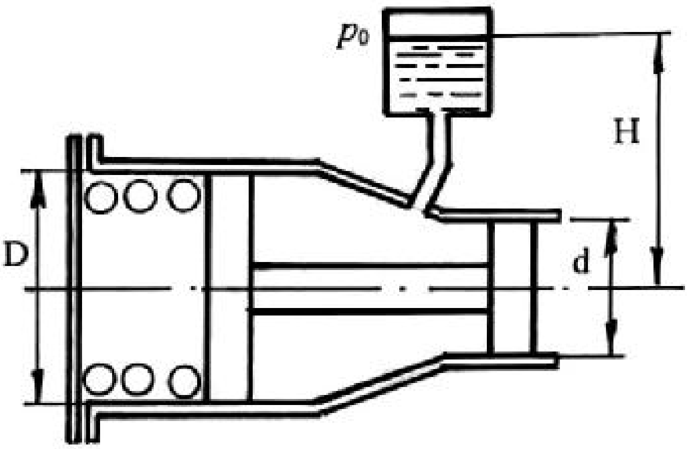
Абсолютное давление в левой полости (давление с учетом атмосферного давления):

$$p_{аб} = p_{ат} – p_{вак.д.} = 98642 – 40200 = 58442 \text{ Па}.$$

Сила, действующая на шток диафрагмы, равна:

$$F = p_{вак} · \frac{D^2}{4} = 40200 · \frac{3,14·0,2^2}{4} = 1,26 \text{ Н}.$$

4) Система из двух поршней, соединенных штоком, находится в равновесии. Определить силу, сжимающую пружину. Жидкость, находящаяся между поршнями и в бачке – масло с плотностьюρ = 870 кг/м^3. Диаметры D =80 мм; d = 30 мм; высота H = 1000 мм; избыточное давление p_0 = 10 кПа.



Избыточное давление, действующее на кольцевую поверхность поршней, будет равно:

$$p_{изб} = p_0 + \rho g H = 10\,000 + 870 \cdot 9{,}8 \cdot 1 = 18{,}5 \text{ кПа}.$$

Силы, действующие на кольцевые площади поршней с диаметрами D =80 мм и d = 30 мм, будут равны:

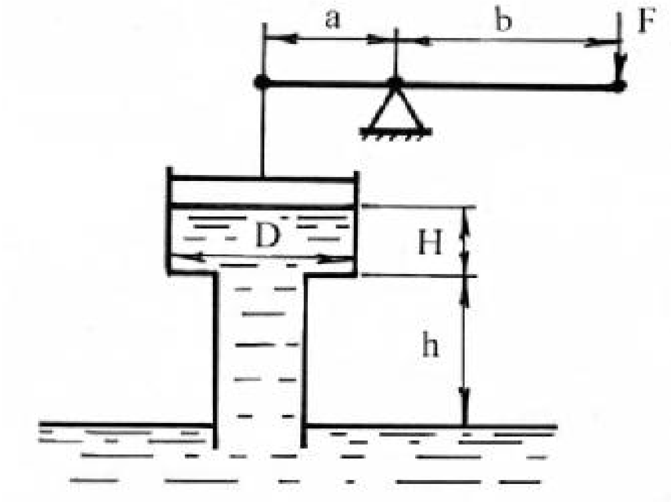
$$F_1 = p_{изб} \frac{\ }{4} (D^2 - d_ш^2).$$

$$F_1 = p_{изб} \frac{\ }{4} (d^2 - d_ш^2).$$

Сила, сжимающая пружину, будет равна:

$$F = F_1 - F_2 = p_{изб} \frac{\ }{4} (D^2 - d^2) = 18\,500 \cdot \frac{3{,}14}{4} \cdot (0{,}08^2 - 0{,}03^2) = 79{,}87 \text{ Н}.$$

5) Определить силу F, необходимую для удержания в равновесии поршня, если труба под поршнем заполнена водой, а размеры трубы: D =100 мм; H = 0,5 м; h = 4м. Длины рычага: a = 0,2 м и b =1 м. Собственным весом поршня пренебречь.



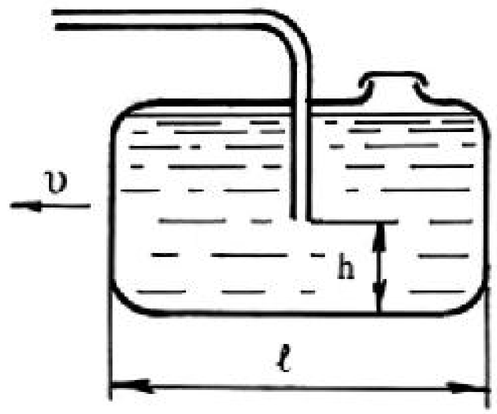
Логично предположить, что сила F, необходимая для удержания поршня в равновесии, должна соответствовать давлению под ним, то есть весовому давлению столба жидкости:

$$p = \rho g(H + h) = 1000\cdot 9{,}8\cdot(0{,}5 + 4) = 44{,}1 \text{ кПа}.$$

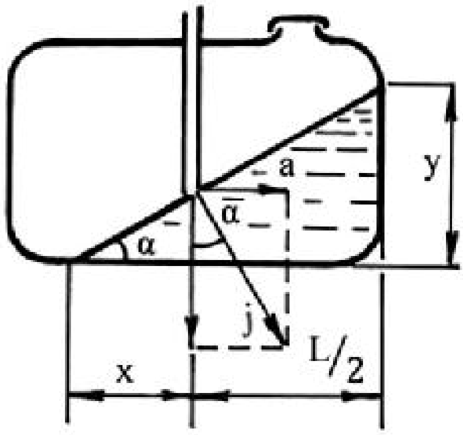
Сила F в соответствии с длинами плеч рычага равна:

$$F = \frac{a}{} p \frac{D^2}{4} = \frac{0{,}2}{1}\cdot 44\,100\cdot \frac{3{,}14\cdot 0{,}1^2}{4} = 69{,}2 \text{ Н}.$$

6) Топливный бак автомобиля длиной L = 0,6 м, шириной b = 0,5 м и высотой H = 0,2 м движется с ускорением a = 3,27 м/с^2. Определить минимальное количество топлива в баке, обеспечивающее его подачу без подсоса воздуха. Считать, что бензопровод установлен в центре горизонтальной проекции бака, его диаметр мал по сравнению с длиной бака, высота h = 10 мм.



Изобразим положение бензина в баке с минимальным объемом.



Обозначим стороны прямоугольного треугольника как ℓ и y. Тогда:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{g} = \frac{3{,}27}{9{,}8} = 0{,}33367.$$

$$x = \frac{h}{\operatorname{tg}} = \frac{0{,}01}{0{,}33367} = 0{,}03 \text{ м}.$$

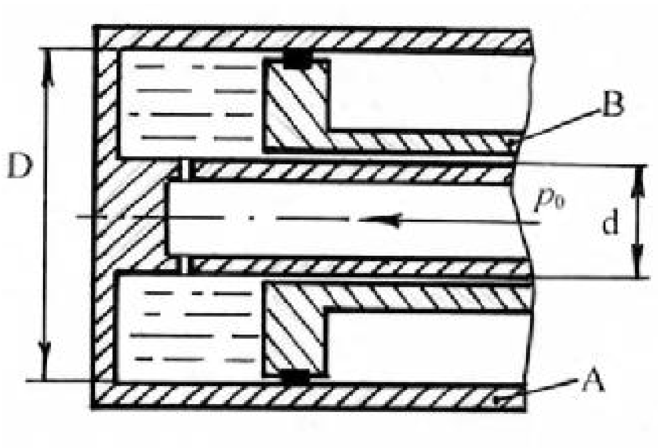
$$\ell = x + \frac{L}{2} = 0{,}03 + \frac{0{,}6}{2} = 0{,}33 \text{ м}$$

$$y = \ell \operatorname{tg} \alpha = 0{,}33 \cdot 0{,}33367 = 0{,}11 \text{ м}.$$

Объем минимального количества бензина в баке, обеспечивающего его подачу без подсоса, будет равно:

$$W = Sb = \frac{Py}{2}b = \frac{0{,}33\cdot 0{,}11}{2}\cdot 0{,}5 = 9{,}1 \text{ л.}$$

7) На рисунке показан элемент одной из возможных схем гидроусилителя сцепления автомобиля (трактора). Масло под давлением p_0 = 0,5 МПа подводится внутри вала и затем через отверстие – в полость между двумя совместно вращающимися цилиндром А и поршнем Б, который может скользить вдоль вала. Давление масла, увеличенное благодаря действию центробежных сил, заставляет поршень перемещаться вправо и обеспечивает этим силу нажатия, необходимую для включения сцепления. Определить силу давления масла на поршень Б, если его диаметр D =120 мм; диаметр вала d = 20 мм; частота вращения n = 6 000 об/мин; плотность жидкости ρ = 920 кг/м^3.



Определим угловую частоту вращения:

$$\omega = \frac{2\ n}{60} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 6\ 000}{60} = 628 \text{ рад/с.}$$

Увеличение давления за счет центробежной силы (уравнение 2.14) будет увеличиваться пропорционально увеличению расстояния от центральной оси элемента. В этом случае за увеличение давления примем его среднее значение:

$$\Delta p = \frac{\omega^2\rho(R^2+r^2)}{2}\Big/2 = \frac{628^2\cdot 920\cdot(0{,}06^2\ 0{,}01^2)}{4} = 335{,}62 \text{ кПа.}$$

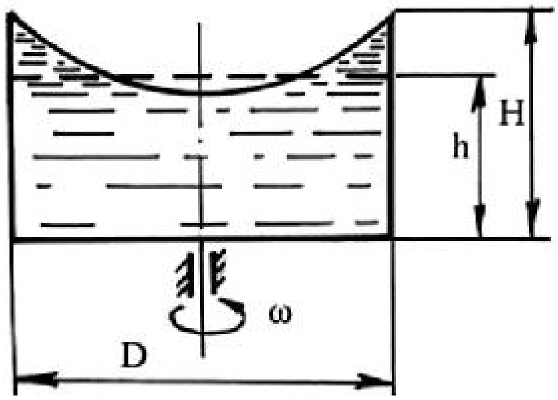
Давление в полости элемента с учетом увеличения давления за счет действия центробежной силы будет равно:

$$p = p_0 + \Delta p = 500\ 000 + 335\ 620 = 835{,}62 \text{ кПа.}$$

Тогда сила, с которой действует давление p на поршень, равна

$$F = p\,\frac{}{4}(D^2 + d^2) = 835\,620 \cdot \frac{3{,}14}{4} \cdot (0{,}12^2 - 0{,}02^2) = 9{,}2 \text{ кН}.$$

8) В сосуд высотой $H = 0{,}3$ м залита жидкость до уровня $h = 0{,}2$м. Определить, до какой угловой скорости можно раскрутить сосуд, с тем, чтобы жидкость не выплеснулась из него, если диаметр сосуда $D = 100$ мм.



Уравнение свободной поверхности жидкости имеет вид (2.11):

$$H = z_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g},$$

где z_0 – вертикальная координата вершины параболоида. Объем параболоида вращения $W_п$ равен:

$$W_п = \frac{1}{2}\pi R^2 (H - z_0).$$

Выразим объем жидкости $W_ж$, находящейся в сосуде объемом $W_с$, учитывая объем параболоида $W_п$:

$$W_ж = W_с - W_п = H\frac{D^2}{4} - \frac{1}{2}\pi R^2 (H - z_0) = \frac{1}{2}\frac{D^2}{4}(H + z_0).$$

Поскольку можно вычислить объем жидкости $W_ж$ в сосуде, находящегося в состоянии покоя, то можно записать:

$$h\frac{D^2}{4} = \frac{1}{2}\frac{D^2}{4}(H + z_0).$$

$$h = \frac{1}{2}(H + z_0).$$

$$z_0 = 2h - H.$$

Угловую скорость ω можно выразить из уравнения свободной поверхности жидкости в сосуде (2.11):

$$\omega = \sqrt{\frac{(H - {}_0)2g}{r^2}} = \sqrt{\frac{(0{,}3 - 0{,}1) \cdot 2 \cdot 9{,}8}{0{,}05^2}} = 39{,}6 \text{ рад/с}.$$

Контрольные вопросы.

1. Дайте определение гидростатического давления.
2. Почему гидростатическое давление является функцией координат $p = f(x,y,z)$?
3. Что такое весовое давление жидкости?
4. Может ли давление в жидкости быть меньше нуля, равно нулю?
5. В каких случаях плоскость пьезометрического напора располагается выше или ниже свободной поверхности покоящейся жидкости?
6. Что такое абсолютное, избыточное и вакуумметрическое давление?
7. Как можно измерить атмосферное давление? В чем разница междуфизической и технической атмосферой?
8. Может ли движущаяся жидкость находиться в состоянии покоя?Если может, то, при каких условиях?

Кинематика жидкости

Примеры.

1) Труба, по которой течет вода, имеет переменное сечение. Определить скорость во втором сечении, если скорость в первом сечении υ_1=0,05 м/с; d_1=0,2 м; d_2=0,1м.

Из уравнения неразрывности потока (3.5) следует:

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 \frac{S_1}{S_2} = \upsilon_1 \frac{d_1^2}{d_2^2} = 0{,}05 \frac{0{,}2^2}{0{,}1^2} = 0{,}2 \text{ м/с.}$$

2) По трубопроводу диаметром d = 150 мм перекачивается нефть плотностью ρ = 800 кг/м^3 в количестве 1200 т. в сутки. Определить секундный объемный расход нефти Q и среднюю скорость ее течения υ.

Предварительно находим секундный массовый расход:

$$Q_m = \frac{1200 \cdot 10^3}{24 \cdot 3600} = 13{,}9 \text{ кг/с.}$$

Следовательно, секундный объемный расход равен:

$$Q = Q_m/\rho = \frac{13{,}8}{800} = 17{,}37 \text{ л/с.}$$

Далее по уравнению расхода (3.5):

$$\upsilon = Q/S = Q/\frac{\pi d^2}{4} = \frac{4 \cdot 0{,}01737}{3{,}14 \cdot 0{,}15^2} = 0{,}98 \text{ м/с.}$$

3) По полностью затопленному трубопроводу перекачивается жидкость со скоростью υ = 0,2 м/с. Определить расход жидкости Q, если гидравлический радиус R = 0,015 м.

Гидравлический радиус равен отношению площади живого сечения $S = \pi r^2$ и смоченного периметра $\chi = 2\pi r$:

$$R = S/\chi = \pi r^2/2\pi r = r/2.$$

Отсюда диаметр трубопровода d = 2r = 4R = 0,06 м.

Тогда расход жидкости:

$$Q = \upsilon \cdot S = \upsilon \cdot \frac{d^2}{4} = 0{,}2 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}06^2}{4} = 0{,}56 \text{ л/с.}$$

Контрольные вопросы.

1. В чем разница между линией тока и траекторией? Могут ли онисовпадать?
2. В чем различие установившегося и неустановившегося движения?
3. Что такое трубка тока, элементарная струйка жидкости?
4. Дайте определение живого сечения струйки, расхода жидкости исредней по живому сечению скорости.
5. Какой физический закон применительно к жидкости отражает уравнение неразрывности?

Динамика жидкости

Примеры.

При применении уравнения Бернулли важно правильно выбрать те два сечения, для которых оно записывается. В качестве сечений рекомендуется брать:

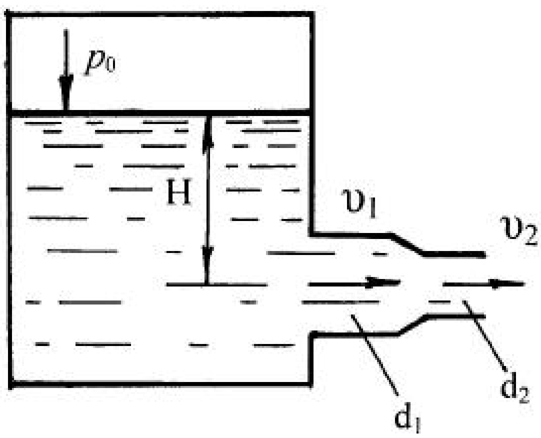
- свободную поверхность жидкости в резервуаре (баке), где скорость $\upsilon = 0$;
- выход в атмосферу, где $p_{изб} = 0$; $p_{абс} = p_{ат.}$;
- сечение, где присоединен тот или иной манометр, пьезометр или вакуумметр;
- неподвижный воздух вдалеке от входа в трубу, в которую происходит всасывание из атмосферы;

Уравнение Бернулли рекомендуется сначала записать в общем виде, а затем переписать с заменой его членов заданными буквенными величинами и исключить члены, равные нулю.

При этом необходимо помнить, что:

- вертикальная ордината z всегда отсчитывается от произвольно выбранной плоскости вверх;
- давление *p*, входящее в правую и левую части уравнения, должно быть задано в одной системе отсчета.

1) Из напорного бака вода течет по трубе диаметром d_1 = 20 мм, и затем вытекает в атмосферу через насадок с диаметром выходного отверстия d_2 = 10 мм. Избыточное давление воздуха в баке p_0 = 0,18 МПа; высота H = 1,6 м. Пренебрегая потерями энергии, определить скорости течения воды в трубе υ_1 и на выходе из насадка.



В качестве сечений, для которых составим уравнение Бернулли, выберем свободную поверхность в резервуаре и сечение на выходеиз насадка диаметром d_2. Тогда:

$$H + \frac{p_0\, p_{ат}}{\rho g} + \frac{v_0^2}{2g} = 0 + \frac{p_{ат}}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Ввиду значительных размеров сосуда по сравнению с поперечными размерами трубопровода скорость υ_0 будет весьма мала и ею можно пренебречь, то есть $\upsilon_0 = 0$.

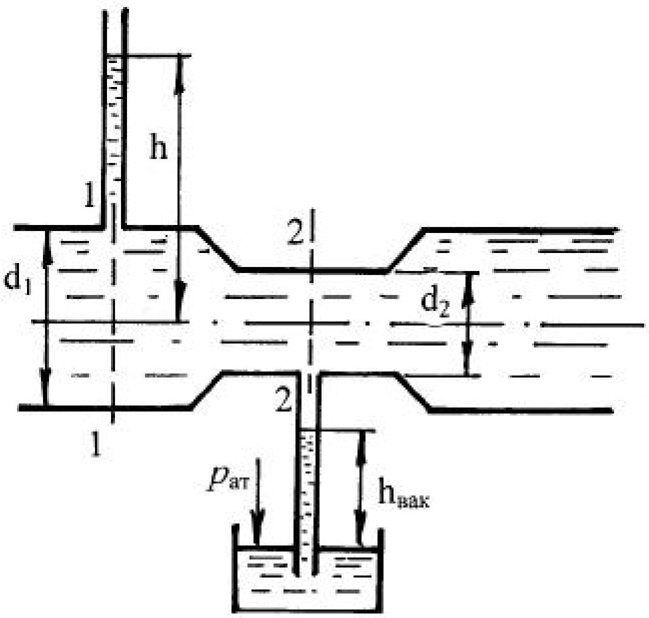
$$\upsilon_2^2 = \left(H + \frac{p_0}{\rho g}\right) \cdot 2g, \text{ откуда } \upsilon_2 = \sqrt{2gH + \frac{2p_0}{\rho}}.$$

$$\upsilon_2 = \sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 1{,}6 + \frac{2 \cdot 180\,000}{1000}} = 19{,}8 \text{ м/с}.$$

Из уравнения расхода (3.5) находим скорость υ_1:

$$\upsilon_1 = \frac{v_2 S_2}{S_1} = \frac{v_2 d_2^2}{d_1^2} = \frac{19{,}8 \cdot 0{,}01^2}{0{,}02^2} = 4{,}95 \text{ м/с}.$$

2) Определить, на какую высоту поднимется вода в трубке, один конец которой присоединен к суженному сечению трубопровода, а другой конец опущен в воду. Расход воды в трубе $Q = 0{,}025$ м^3/с; избыточное давление $p_1 = 49$ кПа; диаметры $d_1 = 100$ мм и $d_2 = 50$ мм. Потерями напора пренебречь.



Уравнение Бернулли для сечений 1 и 2 относительно оси трубы при $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ имеет вид:

$$\frac{p_1}{\rho g}+\frac{\upsilon_1^2}{2g}=\frac{p_2}{\rho g}+\frac{\upsilon_2^2}{2g}.$$

Учитывая, что $h_{вак.} = {p_2}/{\rho g}$, $\upsilon_1 = {4Q}/{\pi d_1^2}$ и $\upsilon_2 = {4Q}/{\pi d_2^2}$, то получим:

$$h_{вак.}=\frac{p_1}{\rho g}+\frac{4^2 Q^2}{2g\pi^2}\left(\frac{1}{d_1^4}-\frac{1}{d_2^4}\right)$$

$$h_{вак.}=\frac{49\cdot10^3}{1000\cdot9{,}8}+\frac{16\cdot0{,}025^2}{2\cdot9{,}8\cdot3{,}14^2}\left(\frac{1}{0{,}1}-\frac{1}{0{,}05}\right)=-2{,}76\text{ м}.$$

Полученная высота – вакуумметрическая высота. На эту высоту $h_{вак.}$ = 2,76 м и поднимется вода в трубке.

Контрольные вопросы.

1. Что такое пьезометрический, скоростной и гидродинамический нпор? Как они изменяются по длине (по направлению движения жидкости)?

2. Как ориентирована напорная линия при установившемся движении вязкой жидкости?

3. Почему уравнение Бернулли выражает закон сохранения механической энергии в жидкости?

4. Что называется полной удельной энергией потока?

5. Чем отличается уравнение Бернулли для идеальной жидкости от того же уравнения для реальной жидкости?

6. Поясните смысл коэффициента Кориолиса в уравнении Бернулли.

7. За счет чего происходит уменьшение удельной энергии потока?

8. Что такое пьезометрический и гидравлический уклон?

9. В каких измерительных приборах используются закономерностиуравнения Бернулли?

10. В чем разница между трубкой Пито и трубкой Пито - Прандтля?

Режимы движения жидкости
Уравнения Рейнольдса

Примеры.

1) Определить число Рейнольдса и режим движения воды в водопроводной трубе диаметром d = 300 мм, если расход Q = 0,136 м/с. Коэффициент кинематической вязкости для воды (при t = 10 ºC) $\nu = 1{,}306 \cdot 10^{-6}$ м^2/с.

Живое сечение потока:

$$S = \pi d^2/4 = 3{,}14 \cdot 0{,}3^2/4 = 0{,}071 \text{ м}^2.$$

Средняя скорость движения воды в трубе:

$$\upsilon = Q/S = 0{,}136/0{,}071 = 1{,}92 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса $R_e = \upsilon d/\nu = 1{,}92 \cdot 0{,}3/1{,}306 \cdot 10^{-6} = 441\,000.$

Так как полученное $R_e > R_{e\ кр} = 2300$, следовательно, движение воды будет турбулентным.

2) По трубопроводу диаметром d = 100 мм транспортируется нефть. Определить критическую скорость, соответствующую переходу ламинарного движения жидкости в турбулентное. Коэффициент кинематической вязкости принять равным $\nu = 8{,}1 \cdot 10^{-6}$ м^2/с.

Критическое число Рейнольдса равно:

$$R_{e\ кр} = d\upsilon_{кр.}/\nu = 2300.$$

Откуда $\upsilon_{кр} = \nu R_{e.кр}/d = \dfrac{2300 \cdot 8{,}1 \cdot 10^{-6}}{0{,}1} = 0{,}186$ м/с.

3) Как изменяется число Рейнольдса при переходе трубопровода от меньшего диаметра к большему при сохранении постоянства расхода (Q = const)?

Скорость движения жидкости из уравнения расхода равна:

$$\upsilon = {}^{Q}/_{S} = {}^{4Q}/_{\pi d^2}\,.$$

Подставив значение скорости в уравнение Рейнольдса (5.5), получим:

$$R_e = {}^{4Q}/_{\pi d \nu}\,.$$

Следовательно, число Рейнольдса уменьшится во столько раз, во сколько увеличится диаметр трубы d.

Контрольные вопросы.

1. В чем смысл коэффициентов гидродинамического подобия?
2. В зависимости от чего применяется тот или иной коэффициентподобия?
3. Каковы факторы, определяющие режим движения жидкости?
4. Каковы особенности ламинарного и турбулентного режимов движения жидкости?
5. Что такое осредненная скорость при турбулентном режиме движения?
6. Приведите примеры особенности ламинарного и турбулентногорежимов движения жидкости.

Потери напора (удельной энергии)

Примеры.

1) Вентиляционная труба d = 0,1 м имеет длину ℓ = 100 м. Определить потери давления, если расход воздуха, подаваемый по трубе, равен Q = 0,078 $м^3$/с. Давление на выходе равно атмосферному ($p_{ат}$ = 0,1 МПа). Местные сопротивления по пути движения воздуха отсутствуют. Кинематическая вязкость воздуха при t = 20 ºС составляет ν = $15{,}7\cdot10^{-6}$ $м^2$/с. Средняя шероховатость выступов Δ = 0,2 мм, плотность воздуха ρ = 1,18 кг/$м^3$.

Скорость воздуха в трубе равна:

$$\upsilon = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{d^2} = \frac{4\cdot0{,}078}{3{,}14\cdot0{,}1^2} = 10 \text{ м/с}.$$

Число Рейнольдса:

$$R_e = \frac{vd}{v} = \frac{10\cdot0{,}1}{15{,}7\cdot10^{-6}} = 69\ 000.$$

Режим течения жидкости – турбулентный (R_e >2300), поэтому коэффициент гидравлического трения определим по формуле Альтшуля (6.12):

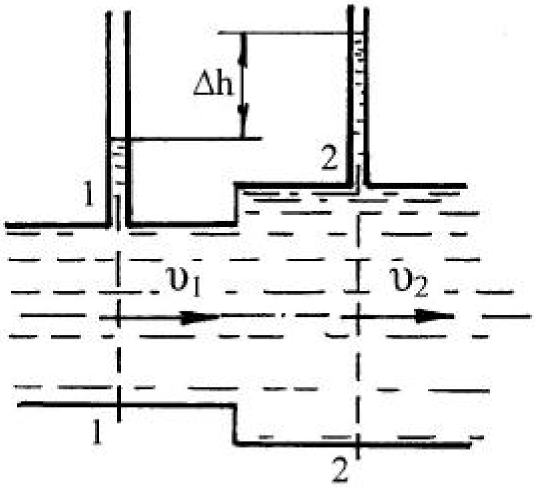
$$\lambda_т = 0{,}11\left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{R_e}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{0{,}2}{100} + \frac{68}{69\ 000}\right)^{0{,}25} = 0{,}0257.$$

Потери давления на трение по длине определим по формуле Дарси–Вейсбаха (6.6):

$$h_{тр} = \frac{\Delta p}{\rho g} = \lambda\frac{P}{d}\frac{v^2}{2g}, \text{ откуда}$$

$$\Delta p = \lambda\frac{P}{d}\frac{v^2}{2}\rho = 0{,}0257\cdot\frac{100}{0{,}1} + \frac{10^2}{2}\cdot1{,}18 = 1{,}5 \text{ кПа}.$$

2) При внезапном расширении трубы от d = 50 мм до D = 150 мм происходит увеличение давления, которому соответствует разность показаний пьезометров Δh = 80 мм. Определить скорости υ_1 и υ_2 и расход жидкости. Учесть потери на внезапное расширение.



Составим уравнение Бернулли для сечений 1 и 2 ($z_1 = z_2 = 0$):

$$\frac{p_1}{pg} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{pg} + \frac{v_2^2}{2g} + h_м.$$

Потери на внезапное расширение определим по формулам (6.2) и (6.4):

$$h_м = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \frac{v_1^2}{2g}.$$

Учтем также, что $\Delta h = \frac{p_2}{pg} - \frac{p_1}{pg}$ Выразим любую скорость (например, v_2) из уравнения расхода:

$$v_2 = \upsilon_1 \frac{d^2}{D^2}.$$

С учетом вышеизложенного уравнение Бернулли примет вид:

$$\Delta h = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g} - h_м = \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_1^2\left(\frac{d^2}{D^2}\right)^2}{2g} - \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2 \frac{\upsilon_1^2}{2g}.$$

Откуда скорость υ_1 будет равна:

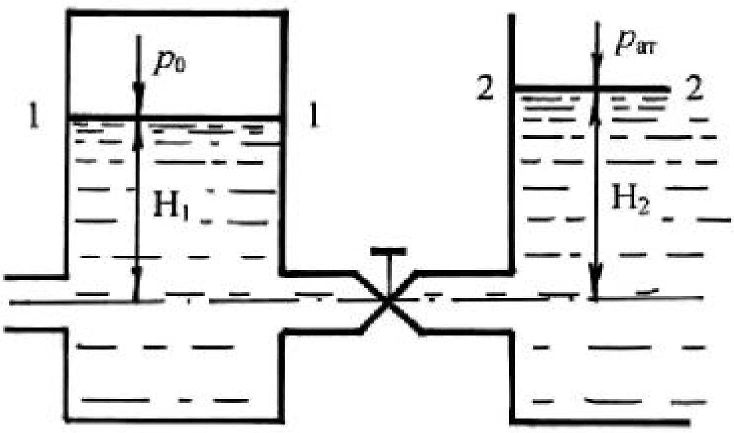
$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{\Delta h \cdot 2g}{1 - \left(\frac{d^2}{D^2}\right)^2 - \left(1 - \frac{d^2}{D^2}\right)^2}} = \sqrt{\frac{0{,}08 \cdot 2 \cdot 9{,}8}{1 - \left(\frac{50^2}{150^2}\right)^2 - \left(1 - \frac{50^2}{150^2}\right)^2}} = 2{,}83 \text{ м/с}.$$

$$\upsilon_2 = \upsilon_1 \cdot \frac{d^2}{D^2} = 2{,}83 \cdot \frac{50^2}{100^2} = 0{,}31 \text{ м/с}.$$

Расход жидкости определим из уравнения расхода:

$$Q = \upsilon_1 S_1 = \upsilon_2 S_2 = 2{,}83 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}05^2}{4} = 5{,}55 \text{ л/с.}$$

3) Вода перетекает из напорного бака, где избыточное давление воздуха p_1 = 0,3 МПа, в открытый резервуар по короткой трубе диаметром d =50 мм, на которой установлен кран. Чему должен быть равен коэффициент сопротивления крана для того, чтобы расход воды составлял Q = 8,7 л/с. Высоты уровней H_1 = 1м, H_2 = 3 м. Учесть потери напора на входе в трубу ($\zeta_{вх}$ = 0,5) и на выходе из трубы (внезапноерасширение).



Скорость в трубе из уравнения расхода:

$$\upsilon = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{d^2} = \frac{4 \cdot 0{,}0087}{3{,}14 \cdot 0{,}05^2} = 4{,}4 \text{ м/с.}$$

Составим уравнение Бернулли для сечений 1 и 2 относительно плоскости сравнения, совпадающей с осью трубы:

$$H_1 + \frac{p_1 + p_{ат}}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} = H_2 + \frac{p_{ат}}{\rho g} + \frac{v_2^2}{2g} + \sum h_{тр}.$$

Скоростями υ_1 и υ_2 можно пренебречь, то есть $\upsilon_1 = \upsilon_2 = 0$. Потери напора равны:

$$\sum h_{тр} = h_{суж} + h_{м} + h_{расш}.$$

Потери напора при сужении:

$$h_{суж} = \zeta_{вх} \frac{v^2}{2g},$$

где υ - скорость течения жидкости в трубе.

Потери напора при расширении по формуле (6.4):

$$h_{расш} = \left(1 - \frac{S1}{S_2}\right)^2 \frac{v^2}{2g}.$$

Поскольку $S_2 >> S_1$, то:

$$h_{расш} = \frac{v^2}{2g}.$$

Местные потери напора:

$$h_м = \zeta_к \frac{v^2}{2g}.$$

Тогда уравнение Бернулли примет вид:

$$H_1 + \frac{p_1}{pg} = H_2 + \zeta_{вх}\frac{v^2}{2g} + \zeta_к\frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g}.$$

Перегруппировав члены уравнения и выразив $\zeta_к$, получим:

$$\zeta_к = \frac{\left[H_1 - H_2 + {p_1}/{\rho g} - {\upsilon^2}/{2g}(\zeta_{вх} + 1)\right]\cdot 2g}{v^2} = \frac{2g(H_1 - H_2) + {2p_1}/{\rho}}{v^2} - (\zeta_{вх} + 1) =$$

$$= \frac{2\cdot 9{,}8\cdot(1-3) + {300\,000\cdot 2}/{1000}}{4{,}4^2} - 1{,}5 = 27{,}5.$$

Контрольные вопросы.

1. Из чего складываются потери напора?
2. От чего зависит коэффициент местного сопротивления?
3. Чем объясняются потери по длине трубопровода?
4. Как влияет режим течения жидкости на потери напора по длине ив местных сопротивлениях?
5. Почему на зависимость гидравлических потерь напора от расхода при ламинарном течении влияет изменение температуры жидкости?
6. Почему существуют понятия "гидравлически гладкие трубы" и "гидравлически шероховатые трубы"?
7. Почему толщина вязкого подслоя жидкости влияет на потери напора при турбулентном движении?
8. В чем разница между линейными потерями и

квадратичными?

Истечение жидкости

Примеры.

1) Определить расход и скорость вытекания воды из малого круглого отверстия диаметром d = 3 см в боковой стенке резервуара больших размеров. Напор над центром отверстия H = 1 м, кинематическая вязкость воды при t = 20 ºC составляет $\nu = 10^{-6}$ м^2/с.

Определяем число Рейнольдса, характеризующее истечение без учета коэффициента скорости φ:

$$R_e = \frac{\upsilon d}{\nu} = \frac{d\sqrt{2gH}}{\nu} = \frac{0{,}03\sqrt{2\cdot 9{,}8\cdot 1}}{10^{-6}} = 133\ 000.$$

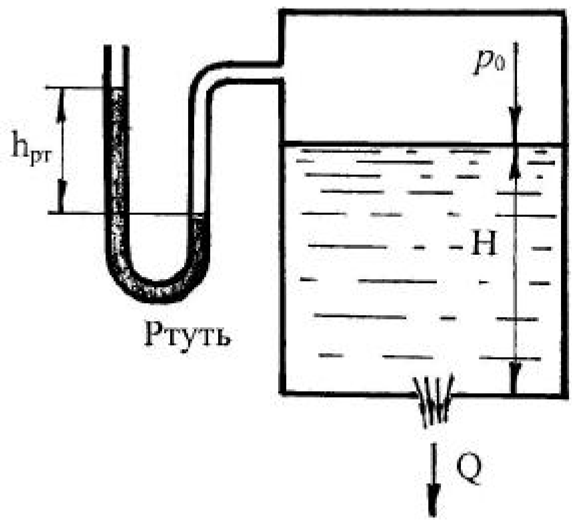
Из рис. 7.2 при R_e = 133 000 определяем коэффициенты скорости φ и расхода μ: φ = 0,98; μ = 0,59. Тогда скорость истечения воды из отверстия будет равна:

$$\upsilon_c = \varphi\sqrt{2gH} = 0{,}98\sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 1} = 4{,}3 \text{ м/с}.$$

Расход вытекающей из отверстия воды будет равен:

$$Q = \mu S\sqrt{2gH} = 0{,}59 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}03^2}{4}\sqrt{2 \cdot 9{,}8 \cdot 1} = 1{,}91 \text{ л/с}.$$

2) Определить расход жидкости (ρ = 800 кг/м^3), вытекаю- щей из бака через отверстие площадью S = 1 см^2. Показание ртутного манометра h = 268 мм, высота H = 2 м, коэффициент расхода μ отверстия μ = 0,60.



Расход жидкости определяем по формуле (7.9): $Q = \mu S\sqrt{\frac{2}{\rho}\Delta p}$.

Перепад давления Δp с верхней и нижней стороны отверстия будет равен разности давления на дне сосуда (сумма p_0 и весового давления ρgH) и атмосферного давления, то есть $\Delta p = p_0 + \rho gH - p_{ат}$.

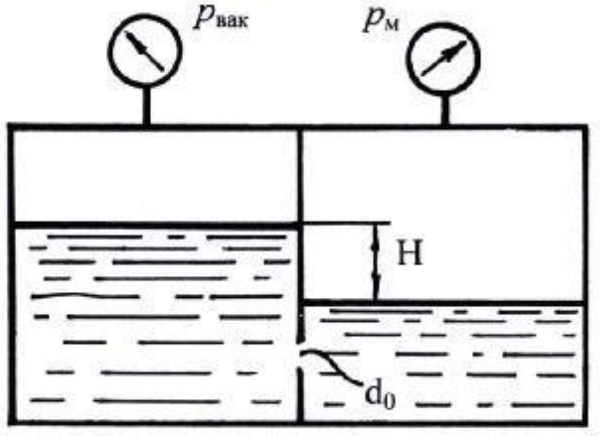
Давление p_0 (абсолютное давление) определяется как

$$p_0 = p_{ат} + \rho_{рт}\, gh = 100\,000 + 13\,600 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}268 = 135{,}72 \text{ кПа}.$$

$$\Delta p = p_0 + \rho gH - p_{ат} = 135\,720 + 800 \cdot 9{,}8 \cdot 2 - 100\,000 = 51{,}4 \text{ кПа}.$$

$$Q = 0{,}6 \cdot 0{,}0001\sqrt{\frac{2}{800}\,51\,400} = 0{,}68 \text{ л/с}.$$

3) Определить направление истечения жидкости с плотностью ρ = 1000 кг/м^3 через отверстие d_0 = 5 мм и расход, если разность уровней H = 2 м, показание вакуумметра соответствует 147 мм. рт. ст., показание манометра $h_м$=0,25 МПа, коэффициент расхода μ = 0,62.



Разность давлений между баками равна:

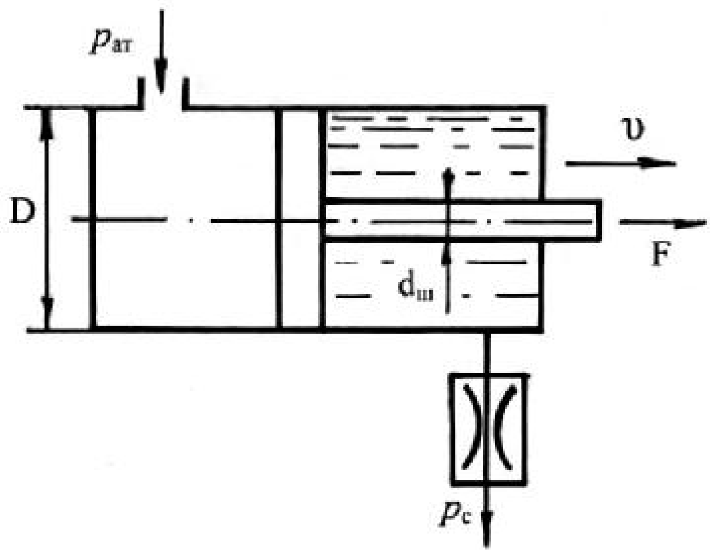
$$\Delta p = p_м - (\rho g H - p_{вак.}) = 250\,000 - (1000 \cdot 9{,}8 \cdot 2 - 147 \cdot 133{,}3) = 250 \text{ кПа}.$$

Поскольку давление в правой части больше, то направление течения жидкости будет направлено в левую часть двойной емкости.

Тогда расход жидкости через отверстие с диаметром d_0 будет равен:

$$Q = \mu S \sqrt{\frac{2}{\rho} \Delta p} = 0{,}62 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}005^2}{4} \sqrt{\frac{2}{1000} 250\,000} = 0{,}27 \text{ л/с}.$$

4) Определить диаметр отверстия дросселя, установленного на сливе из гидроцилиндра, при условии движения штока цилиндра под действием внешней нагрузки F= 60 кН со скоростью υ = 200 мм/с. Диаметры: штока $d_ш$ = 40 мм, цилиндра D = 80 мм, коэффициент расхода дросселя μ = 0,65, плотность жидкости ρ = 850 кг/м^3 , давление на сливе $p_с$ = 0,3 МПа.



Определим давление, которое создает сила F в правой части гидроцилиндра:

$$p = \frac{4F}{(D^2 - d_ш^2)} = \frac{4 \cdot 60\,000}{3{,}14(0{,}08^2 - 0{,}04^2)} = 16 \text{ МПа}.$$

Перепад давлений на дросселе Δp будет равен:

$$\Delta p = p - p_c = 15{,}7 \text{ МПа}.$$

Расход жидкости, протекающей через дроссель:

$$Q = \upsilon S = \upsilon \frac{(D^2 - d^2)}{4} = 0{,}2 \cdot \frac{3{,}14(0{,}08^2 - 0{,}04^2)}{4} = 0{,}75 \text{ л/с}.$$

Площадь сечения дросселя S будет равна:

$$S = \frac{Q}{\mu\sqrt{\frac{2}{\rho}\Delta p}} = \frac{0{,}00075}{0{,}65\sqrt{\frac{2}{850}15\,700\,000}} = 0{,}6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2.$$

Тогда диаметр отверстия дросселя:

$$d = \sqrt{4S/\pi} = \sqrt{4 \cdot 0{,}6 \cdot 10^{-6}/3{,}14} = 2{,}76 \text{ мм}.$$

Контрольные вопросы.

1. При выполнении, какого условия отверстие называют малым?
2. В чем физический смысл коэффициента скорости?
3. Какова зависимость коэффициентов сжатия, скорости и расходаот числа Рейнольдса?
4. Чем отличается формула расхода жидкости для незатопленного изатопленного отверстия?

Гидравлический расчет трубопроводов

Примеры.

Задачи на расчет простого трубопровода можно разбить на три типа:

I тип. Даны расход жидкости Q в трубопроводе, все геометрические размеры (ℓ, d, Δz), шероховатость труб, давление в конечном сечении (для всасывающих трубопроводов в начальном), и характеристика жидкости (плотность ρ и кинематическая вязкость ν). Местные сопротивления либо заданы коэффициентами Iζ или эквивалентными длинами $\ell_{экв}$, либо оцениваются по справочным данным.

Требуется найти потребный напор $H_{потр}$.

По Q, d и ν находится число Рейнольдса R_e и определяется режим течения жидкости.

При ламинарном режиме течения искомый напор определяется по формулам (8.8) и (6.9):

$$H_{потр.} = H_{ст} + KQ^m, \text{ где } K = \frac{128\nu P}{gd^4}, \ m = 1.$$

При турбулентном режиме задача решается с помощью формул (8.8) и (8.4):

$$H_{потр.} = H_{ст} + KQ^m, \text{ где } K = \left(\lambda_т \frac{P}{d} + \zeta_м\right) \frac{8}{g\,{}^2 d^4}, \quad m = 2.$$

II тип. Даны: напор $H_{расп}$, который будем называть располагаемым, и все величины, перечисленные в I типе задач, кроме расхода

Q. Так как число Рейнольдса в данной задаче подсчитать нельзя, то необходимо выразить расход Q через критическое число Рейнольдса $R_e = 2300$ и определить $H_{кр}$, соответствующее смене режима. Сравнив $H_{кр}$ и $H_{расп}$, можно легко определить режим течения.

При ламинарном режиме задача решается просто, как и в задаче I типа.

При турбулентном режиме задача решается по формулам (8.8) и (8.4).

В уравнении (8.4) содержатся два неизвестных (Q и $\lambda_т$), зависящие от числа Рейнольдса. Для решения задачи задают значение коэффициента $\lambda_т$ с учетом шероховатости и определяют его по формуле Альтшуля при $R_e \to \infty$:

$$\lambda_т = 0{,}11(\Delta/d)^{0{,}25}.$$

Значение коэффициента Дарси изменяется в небольших пределах ($\lambda_т = 0{,}015 \ldots 0{,}04$).

Затем, решая уравнения (8.8) и (8.4), находят расход Q в первом приближении. По найденному расходу Q определяют R_e в первом приближении, а по R_e - уже более точное значение $\lambda_т$. Обычно бывает достаточно второго приближения.

Для решения этой же задачи графическим способом строят кривую потребного (располагаемого) напора для данного трубопровода с учетом переменности $\lambda_т$, то есть для ряда значений Q подсчитывают υ, R_e, $\lambda_т$ и $H_{потр}$ по формуле (8.8). Затем, построив кривую $H_{потр} = f(Q)$, и зная ординату $H_{потр} = H_{расп}$, находят соответствующую ей абсциссу, то есть находят расход Q.

III тип. Даны расход Q, располагаемый напор $H_{расп}$, и все величины, перечисленные ранее, кроме диаметра трубопровода d, который и нужно определить.

Так как число Рейнольдса определить нельзя, то выражают диаметр через критическое число Рейнольдса $R_e = 2300$ и определяют $H_{кр}$, соответствующее смене режима движения жидкости. Сравнивая

$H_{кр}$ и $H_{расп}$, определяют режим течения.

При ламинарном режиме задача решается просто по формулам (6.9) и (8.8).

При турбулентном режиме задачу решают графически. При этом задаются рядом значений диаметра d и по ним подсчитывают $H_{потр}$. Затем строят график $H_{потр}= f(d)$ и по нему, зная $H_{расп}$, определяют диаметр d.

Если трубопровод состоит из n *последовательно соединенных участков,* то справедливы равенства:

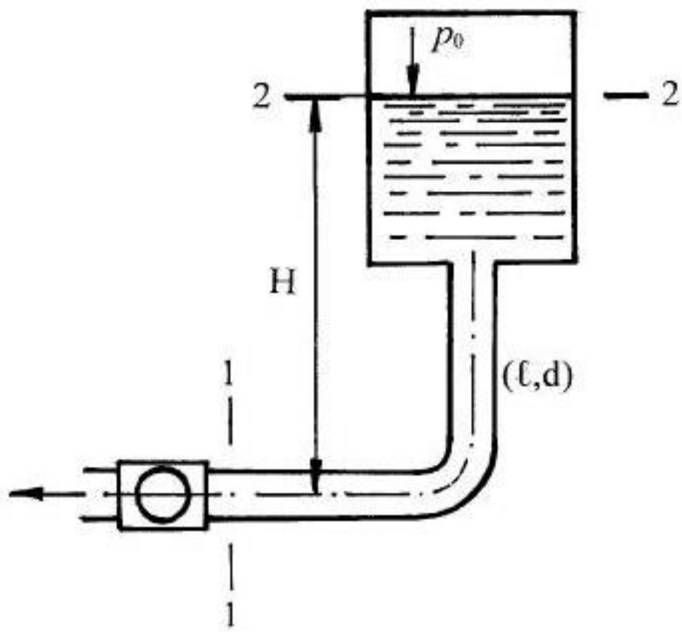
$$\begin{cases} Q = Q_1 = Q_2 = \ldots = Q_n \\ h_{тр} = \sum h_1 + \sum h_2 + \ldots + \sum h_n \end{cases}.$$

При параллельном соединении n трубопроводов:

$$\begin{cases} Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n \\ \sum h_1 = \sum h_2 = \ldots = \sum h_n \end{cases},$$

где Q – расход в точке разветвления.

1) На рисунке показан всасывающий трубопровод гидросистемы. Длина трубопровода ℓ = 1м, диаметр d = 20 мм, расход жид- кости Q = 0,314 л/с, абсолютное давление воздуха в бачке p_0 = 100 кПа, высота H = 1м, плотность жидкости ρ = 900 кг/м^3. Определить абсолютное давление перед входом в насос при температуре рабочей жидкости t = 25°С (ν = 0,2·10^{-4} м^2/с). Как изменится искомое давление в зимнее время, когда при этом же расходе температура жидкости упадет до -35°С (ν = 10·10^{-4} м^2/с).



Составим уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2, проведя плоскость сравнений по оси горизонтального участка трубы:

$$H + \frac{p_0}{\rho g} + 0 = 0 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{{}_1\upsilon_1^2}{2g} + h_{тр}\ .$$

Определим скорость течения жидкости в трубе υ_1 из уравнения расхода (3.5):

$$\upsilon = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{d^2} = \frac{4\cdot 0{,}000314}{3{,}14\cdot 0{,}02^2} = 1 \text{ м/с.}$$

Определим число Рейнольдса:

$$R_e = \frac{\upsilon d}{\nu} = \frac{1\cdot 0{,}02}{0{,}00002} = 1\,000.$$

Режим движения жидкости ламинарный (α=2), поэтому потери $h_{тр}$ определяются по формуле Пуазейля (6.9):

$$h_{тр} = \frac{128\nu P}{g d^4} Q = \frac{128\cdot 0{,}00002\cdot 1\cdot 0{,}000314}{3{,}14\cdot 9{,}8\cdot 0{,}02^4} = 0{,}16 \text{ м.}$$

Выразим абсолютное давление p_1 перед входом в насос из составленного для сечений 1-1 и 2-2 уравнения Бернулли:

$$p_1 = H\rho g + p_0 - \rho\,\frac{{}_1\upsilon_1^2}{2} - h_{тр}\rho g = 1\cdot 900\cdot 9{,}8 + 100\,000 - \frac{900\cdot 2\cdot 1^2}{2} -$$

$$- 0{,}16\cdot 900\cdot 9{,}8 = 106{,}5 \text{ кПа.}$$

Подсчитаем потери напора при t = –35°C:

$$h_{тр} = \frac{128\cdot 0{,}001\cdot 1\cdot 0{,}000314}{3{,}14\cdot 9{,}8\cdot 0{,}02^4} = 8{,}16 \text{ м.}$$

Тогда искомое давление при при t = –35°C:

$$p_1 = 1\cdot 900\cdot 9{,}8 + 100\,000 - \frac{900\cdot 2\cdot 1^2}{2} - 8{,}16\cdot 900\cdot 9{,}8 = 36 \text{ кПа.}$$

2) По трубопроводу диаметром d = 10 мм и длиной ℓ = 10 м подается жидкость с вязкостью ν = 0,0001 $м^2/с$ под действием перепада давления Δp = 4 МПа; плотность ρ = 1000 $кг/м^3$. Определить режим течения жидкости в трубопроводе.$\Delta\rho g$

Определим расход жидкости в трубопроводе. Поскольку потери в трубопроводе будут равны разности пьезометрических высот, то с учетом формулы Пуазейля:

$$h_{тр} = \frac{128\nu P}{g d^4} Q = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p}{\rho g}, \text{ откуда}$$

$$Q = \frac{\Delta p\ d^4}{128\nu P\rho} = \frac{4\,000\,000\cdot 3{,}14\cdot 0{,}01^4}{128\cdot 0{,}0001\cdot 10\cdot 1000} = 0{,}98 \text{ л/с.}$$

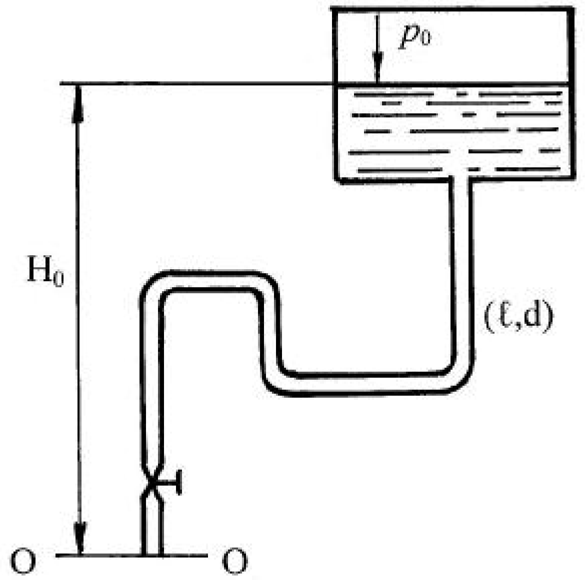
Теперь определим расход $Q_{кр}$ при критическом значении числа Рейнольдса R_e = 2300:

$$\upsilon = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{d^2}, \text{ откуда}$$

$$Q_{кр} = \frac{dvR_{e\ кр}}{4} = \frac{2300 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}0001}{4} = 1{,}8 \text{ л/с}.$$

Поскольку $Q < Q_{кр}$, значит режим течения жидкости – ламинарный.

3) Определить потребный напор, который необходимо создать в сечении О-О для подачи в бак воды с вязкостью $\nu = 0{,}008$ м^2/с, если длина трубопровода $\ell = 80$ м; его диаметр d = 50 мм; расход жидкости Q = 15 л/с; высота $H_0 = 30$ м; давление в баке $p_2 = 0{,}2$ МПа; коэффициент сопротивления крана $\zeta_1 = 5$; колена $\zeta_2 = 0{,}8$; шероховатость стенок трубы $\Delta = 0{,}04$ мм.



Составим уравнение Бернулли для сечений О-О и 1-1 относительно плоскости сравнения, совпадающего с сечением О-О:

$$0 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{{}_1 v_1^2}{2g} = H_0 + \frac{p_2}{\rho g} + 0 + h_{дл} + \sum h_м\ .$$

Определим число Рейнольдса, воспользовавшись уравнениями (3.5) и (5.5):

$$R_e = \frac{4Q}{dv} = \frac{4 \cdot 0{,}015}{3{,}14 \cdot 0{,}05 \cdot 0{,}0000008} = 477\ 707.$$

Поскольку режим течения турбулентный ($\alpha = 1$), то потери напора по длине определим по формуле Дарси-Вейсбаха (6.6):

$$h_{дл} = \lambda_т \frac{P}{d} \frac{v^2}{2g}\ .$$

Скорость течения жидкости:

$$\upsilon = \frac{4Q}{d^2} = \frac{4\cdot 0{,}015}{3{,}14\cdot 0{,}05^2} = 7{,}64 \text{ м/с.}$$

Коэффициент Дарси по формуле Альтшуля (6.12):

$$\lambda_т = 0{,}11\left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{R_e}\right)^{0{,}25} = 0{,}11\left(\frac{0{,}04}{50} + \frac{68}{477\,707}\right)^{0{,}25} = 0{,}019.$$

Тогда $h_{дл} = 0{,}019\cdot\frac{80}{0{,}05}\cdot\frac{7{,}64^2}{2\cdot 9{,}8} = 90{,}5$ м.

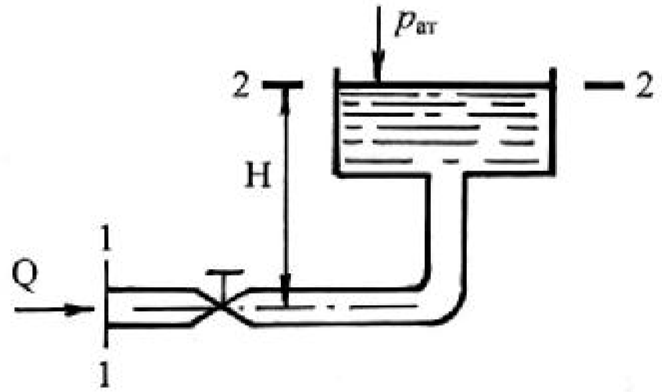
Местные потери напора (с учетом внезапного расширения $\zeta_р$) равны:

$$h_м = (\zeta_1 + 4\zeta_2 + \zeta_р)\frac{v^2}{2g} = (5 + 4\cdot 0{,}8 + 1)\cdot\frac{7{,}64^2}{2\cdot 9{,}8} = 27{,}4 \text{ м.}$$

Тогда потребный напор равен:

$$H_{потр} = \frac{p_1}{pg} = H_0 + \frac{p_2}{pg} + \sum h_{тр} - \frac{\upsilon^2}{2g} = 30 + \frac{200\,000}{1000\cdot 9{,}8} + 90{,}5 + 27{,}4 - \frac{7{,}64^2}{2\cdot 9{,}8} = 165{,}7 \text{ м.}$$

4) Определить расход в трубе для подачи воды (вязкость $\nu = 0{,}01$ Ст) на высоту $H = 16{,}5$ м, если диаметр трубы $d = 10$ мм, ее длина $\ell = 20$ м, располагаемый напор в сечении трубы перед краном $H_{расп} = 20$ м, коэффициент сопротивления крана $\zeta_1 = 4$, колена $\zeta_2 = 1$. Трубу считать гидравлически гладкой.



Уравнение Бернулли для сечений 1-1 и 2-2 относительно плоскости сравнения, совпадающей с горизонтальной осью трубы, будет иметь вид:

$$0 + \frac{p_1 + p_{ат}}{pg} + \frac{{}_1 v_1^2}{2g} = H + \frac{p_{ат}}{pg} + 0 + \sum h_{тр}, \text{ или}$$

$$\frac{p_1}{pg} + \frac{{}_1 v_1^2}{2g} = H + \sum h_{тр}.$$

Располагаемый напор $H_{расп}$ будет равен:

$$H_{расп} = \frac{p_1}{\rho g} = H + h_{тр} - \frac{\alpha_1 \upsilon_1^2}{2g}.$$

Выразим скорость υ1 из уравнения расхода (3.5) и подставим в скоростной напор $\frac{{}_1 v^2_1}{2g}$. Тогда:

$$H_{расп} = H + h_{тр} - \frac{\alpha_1 \upsilon^2_1}{2g} = H + h_{тр} - \frac{8Q^2}{{}^2d^4g}.$$

Гидростатический напор в данном случае равен высоте H ($H_{ст}$ = H).

Потери напора $h_{тр} = KQ^m$, где $K = (\lambda\frac{P}{d} + \zeta_м)\frac{8}{g\ {}^2{}^4 d}$.

Местные потери напора будут равны:

$$\sum h_м = (\zeta_{кр} + \zeta_{пов} + \zeta_р) = (4 + 1 + 1) = 6.$$

С учетом уравнения (8.8) можно записать, что:

$$KQ^m = H_{расп} - H_{ст} + \frac{8Q^2}{{}^2d^4g} = 20 - 16{,}5 + \frac{8Q^2}{{}^2d^4g} = 3{,}5 + \frac{8Q^2}{{}^2d^4g}.$$

Предположим, что режим движения жидкости – турбулентный (α = 1). Тогда в этом уравнении две неизвестных – Q и $\lambda_т$. Решим задачу методом последовательных приближений, задавая значение $\lambda_т$ ($\lambda_т$ находится в пределах 0,01 – 0,04). Пусть $\lambda_т$ = 0,03, тогда, выразив число Рейнольдса R_e из формулы Блазиуса (6.11) для гидравлически гладких труб, получим:

$$R_e = \left(\frac{0{,}316}{h_т}\right)^4 = 12\ 310 > R_{e.кр} = 2300.$$

Предположение о турбулентном режиме движении жидкости верно. Тогда уравнение для потерь напора будет выглядеть так:

$$h_{тр} = KQ^m - \frac{8Q^2}{{}^2d^4g} = (\lambda_т\frac{P}{d} + \sum h_м - \alpha)\frac{8Q^2}{g\ {}^2d^4} = 3{,}5 \text{ м}.$$

Определим скорость υ и расход Q при R_e = 12310 ($\lambda_т$ = 0,03):

$$\upsilon = \frac{R_e v}{d} = \frac{12\ 310 \cdot 0{,}01 \cdot 10^{-4}}{0{,}01} = 1{,}23 \text{ м/с}.$$

$$Q = \upsilon\frac{d^2}{4} = 1{,}23 \cdot \frac{3{,}14 \cdot 0{,}01^2}{4} = 0{,}096 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}. \text{ Тогда:}$$

$$(\lambda_т\frac{P}{d} + \sum h_м - \alpha)\frac{8Q^2}{g\ {}^2d^4} = (0{,}03\frac{20}{0{,}01} + 6 - 1)\frac{8(0{,}096 \cdot 10^{-3})^2}{9{,}8 \cdot 3{,}14^2 \cdot 0{,}01^4} = 4{,}96 \text{ м},$$

что не соответствует разности $H_{расп} - H_{ст}$ = 20 – 16,5 = 3,5 м.

Примем значение $\lambda_т$ = 0,032, тогда:

$$R_е = 9509;\ \upsilon = 0{,}95\ м/с;\ Q = 0{,}075\cdot 10^{-3}\ м^3/с.$$

$$\left(\lambda_т\frac{P}{d} + \sum h_м - \alpha\right)\frac{8Q^2}{g\ {}^2d^4} = 3{,}21 \neq 3{,}5.$$

Примем значение $\lambda_т = 0{,}0316$, тогда:

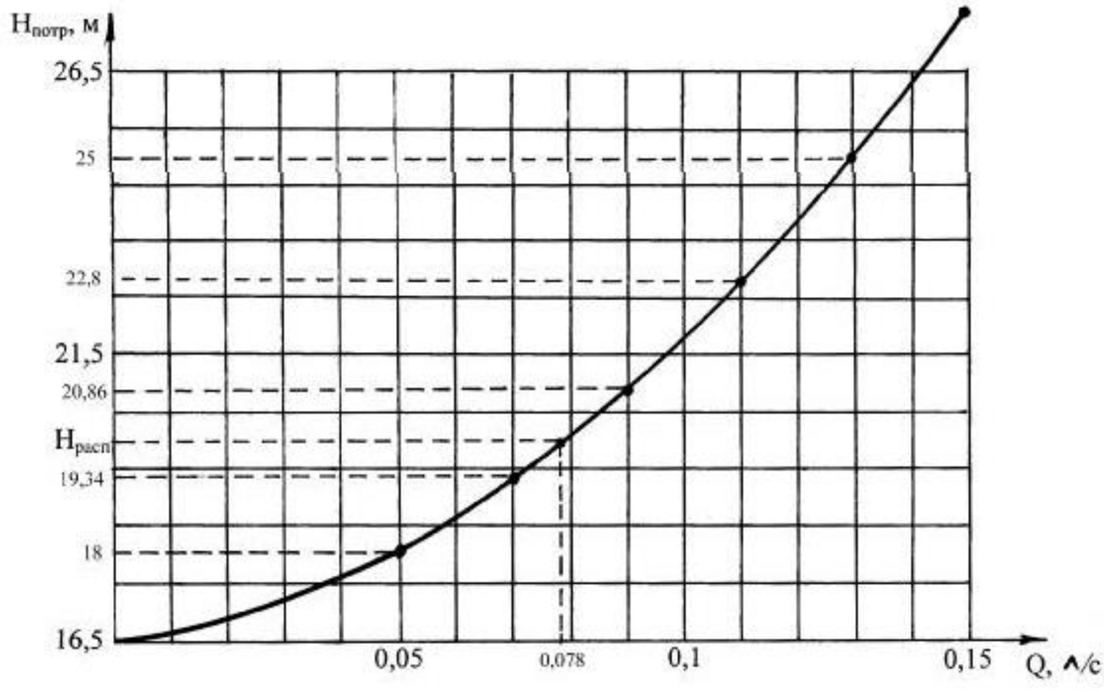
$$R_е = 10\ 000;\ \upsilon = 1\ м/с;\ Q = 0{,}078\cdot 10^{-3}\ м^3/с.$$

$$\left(\lambda_т\frac{P}{d} + \sum h_м - \alpha\right)\frac{8Q^2}{g\ {}^2d^4} = 3{,}5 = H_{расп} - H_{ст}.$$

Итак, методом последовательных приближений значение расхода $Q = 0{,}078\cdot 10^{-3}\ м^3/с$.

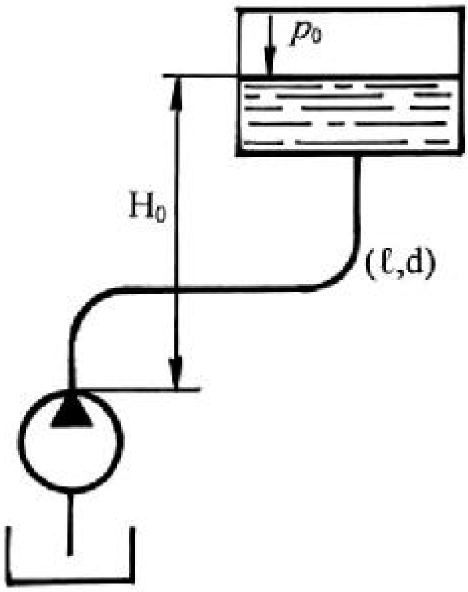
Решим эту же задачу графическим методом. Для этого построим зависимость $H_{потр} = f(Q)$. Выберем ряд значений для расхода Q. Результаты расчетов сведем в таблицу:

$Q,\ \times 10^{-3} м^3/с$	$\upsilon = {}^{4Q}/_{\pi d^2}$, м/с	$R_е = \frac{\nu d}{v}$	$\lambda_т = \frac{0{,}316}{R_e^{0{,}25}}$	$H_{потр} = H_{ст} + KQ^m - \frac{v^2}{2g}$, м
0,05	0,64	6400	0,035	18
0,07	0,89	8900	0,0325	19,34
0,09	1,14	11 400	0,03	20,86
0,11	1,40	14 000	0,029	22,8
0,13	1,65	16 500	0,0278	25
0,15	1,91	19 100	0,0269	27,5



Из построенного графика видно, что при располагаемом напоре $H_{расп}$ = 20 м расход жидкости составит Q = 0,078 л/с.

5) При каком диаметре трубопровода подача насоса составит Q = 1 л/с, если на выходе из него располагаемый напор $H_{расп}$ = 9,6 м; длина трубопровода ℓ = 10 м; эквивалентная шероховатость Δ = 0,05 мм; давление в баке p_0 = 30 кПа; высота H_0 = 4 м; вяз- кость жидкости ν =0,015 Ст (0,0000015 $м^2/с$) ; плотность ρ = 1000 $кг/м^3$? Местными гидравлическими сопротивлениями в трубопроводе пренебречь. Учесть потери при входе в бак.



Располагаемый напор будет равен:

$$H_{расп} = H_{ст} + h_{тр} - \frac{v^2}{2g}, \text{ где } H_{ст} = H_0 + \frac{p_0}{pg} = 4 + \frac{30\,000}{1000 \cdot 9{,}8} = 7 \text{ м},$$

$$h_{тр} = \left(\lambda \frac{\ell}{d} + \zeta_м\right)\frac{\upsilon^2}{2g}, \text{ где } \zeta_м = \left(1 - \frac{S_1}{S_2}\right)^2 = 1, \text{ т. к. } S_2 \gg S_1 .$$

Тогда можно записать, что:

$$h_{тр} = \left(\lambda \frac{\ell}{d} + 1\right)\frac{\upsilon^2}{2g} = H_{расп} - H_{ст} + \frac{v^2}{2g} .$$

$$\text{Поскольку } \upsilon = \frac{Q}{S} = \frac{4Q}{d^2}, \text{ то } h_{тр} = \left(\lambda \frac{P}{d} + 1 - \alpha\right)\frac{8Q^2}{g\,{}^2 d^4} = 2{,}6 \text{ м}.$$

Определим режим течения жидкости. Для этого определим диаметр d при R_e = 2300, и воспользовавшись формулой Пуазейля (6.9), сравним получаемый напор с заданным:

$$d = \frac{4Q}{\nu R_e} = \frac{4 \cdot 0{,}001}{3{,}14 \cdot 0{,}0000015 \cdot 2300} = 0{,}37 \text{ м.}$$

$$h_{тр} = \frac{128 \nu P}{g d^4} Q = \frac{128 \cdot 0{,}0000015 \cdot 10 \cdot 0{,}001}{3{,}14 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}37^4} = 0{,}0000033 \neq 2{,}6 \text{ м.}$$

Режим течения, определяемый расходом Q =1 л/с, будет турбулентным (α = 1). Итак:

$$h_{тр} = \lambda \frac{P}{d} \frac{8Q^2}{g\,^2 d^4} = 2{,}6 \text{ м},$$

$$\lambda_т = 0{,}11\left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{R_e}\right)^{0{,}25}.$$

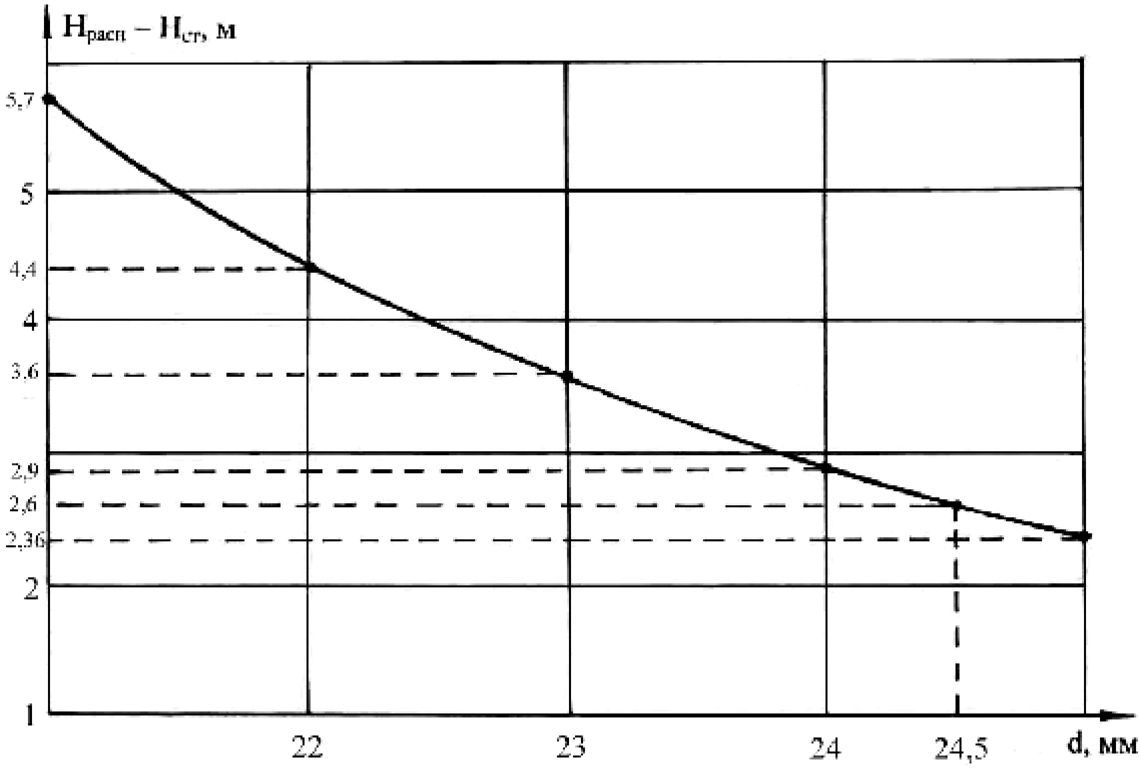
Решим задачу графически. Для этого, задаваясь значениями d, определим разность напоров $H_{расп} - H_{ст}$.

d, мм	$Re = \frac{4Q}{d\nu}$	$\lambda_т = 0{,}11\left(\frac{\Delta}{d} + \frac{68}{R_e}\right)^{0{,}25}$	$H_{расп} - H_{ст} = \lambda \frac{P}{d} \frac{8Q^2}{g\,^2 d^4}$
10	85 000	0,03	248,1
15	56 600	0,0285	31
20	42 500	0,0278	7,66
25	34 000	0,0276	2,36
30	28 300	0,0277	0,95
35	24 290	0,028	0,45

Для более точного построения графика зададим дополнительные значения диаметра d:

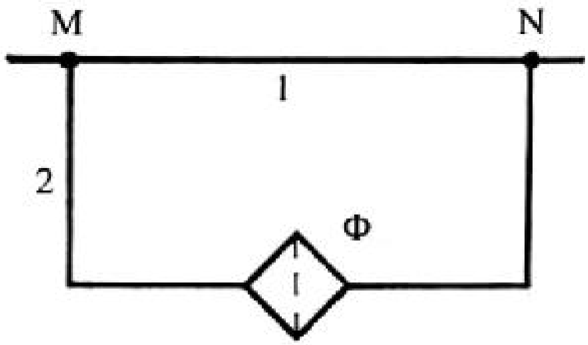
21	40 440	0,0277	5,7
22	38 636	0,02772	4,4
23	36 956	0,02768	3,6
24	35 386	0,02767	2,9

По полученным данным строим график зависимости $H_{расп} - H_{ст} = f(d)$:



При $H_{расп} - H_{ст}$ = 2,6 м диаметр d = 24,5 мм.

6) Трубопровод с расходом жидкости Q = 0,32 л/с в точке M разветвляется на два трубопровода: первый размерами ℓ_1 = 1,0 м; d_1 = 10 мм; второй размерами ℓ_2 = 2,0 м; d_2 = 8 мм. В точке N эти трубопроводы смыкаются. Во втором трубопроводе установлен фильтр Ф, сопротивление которого эквивалентно сопротивлению в трубе длиной $\ell_э$ = $200d_2$. Определить расход и потерю давления в каждом трубопроводе при ρ = 900 кг/м^3; ν = 1Ст.



Определим расход в каждом трубопроводе по формуле Пуазейля (6.9):

$$h_{тр} = \frac{128 \nu P_1}{g d_1^4} Q_1 \; ; \; h_{тр} = \frac{128 \nu P_2}{g d_2^4} Q_2 (\ell_2 + 200 d_2) .$$

Поскольку при параллельном соединении трубопроводов потери в них равны, то есть $h_{тр1} = h_{тр2}$, то после сокращения одинаковых величин получим:

$$\frac{P_1 Q_1}{d_1^4} = \frac{(P_2 + 200 d_2)}{d_2^4}.$$

$$Q_1 = 8{,}79 \cdot Q_2 .$$

Сумма расхода в точке М в данном случае будет равна сумме расходов в параллельных трубопроводах:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 8{,}79 \cdot Q_2 + Q_2 .$$

$$Q_2 = \frac{Q}{9{,}79} = 0{,}0327 \text{ л/с}.$$

$$Q_1 = 8{,}79 \cdot Q_2 = 0{,}287 \text{ л/с}.$$

Потери давления:

$$\Delta p_1 = \frac{128 \text{v} \text{p} P_1}{d_1^4} Q_1 = 105 \text{ кПа}.$$

$$\Delta p_2 = \frac{128 \text{v} \text{p} P_2}{d_2^4} Q_2 (\ell_2 + 200 d_2) = 105 \text{ кПа}.$$

Контрольные вопросы.

1. В чем разница между простым и сложным трубопроводом?
2. Сформулируйте три задачи при расчете установившегося напорногодвижения в простых трубопроводах.
3. На основе каких уравнений решаются указанные основные задачи?
4. Как выражается напор при истечении в атмосферу и под уровень?
5. Что такое характеристика потребного напора?
6. В чем отличие характеристики потребного напора при ламинарноми турбулентном режимах движения жидкости?
7. В чем отличие определения расхода и потерь напора при различныхсоединениях простых трубопроводов?
8. По какому методу рассчитывают сложные трубопроводы?
9. Определите цель расчета трубопровода с насосной подачей.

10. Что такое рабочая точка насосного трубопровода?

Задачи для самостоятельной работы

Задача 1

В закрытом резервуаре имеется вода, h_1 = (50 + 0,1 y) см и масло, h_2 = (30 + 0,1 z) см плотностью $\rho_м$ = 800 кг/м3 . Найти давление $\rho_о$ на поверхности масла в резервуаре, если показание ртутного прибора h = (40 + 0,2 y) см (рис.1).

Задача 2

В вертикальной стенке резервуара с водой на глубине h = (0,8 + 0,1 y) м имеется круглая труба d = (0,2 + 0,05 z) м. Внутренняя кромка трубы срезана под углом α = (45 + 0,2 y)° и закрывается крышкой, вращающейся на верхнем шарнире.

Определить усилие Т, необходимое для поднятия этой крышки, пренебрегая ее весом и трением в шарнире (рис. 2).

Задача 3

Определить величину и направление силы гидростатического давления воды на цилиндрический затвор диаметром d = (2 + 0,05 y) м и длиной L = (5 + 0,02 z) м, перегораживающий канал шириной b = (5 +

+ 0,02 z) м, если глубина воды с одной стороны H = (3 + 0,05 y) м, с другой h = (1 + 0,05 z) м (рис. 3).

Задача 4

Определить расход воды в наклонном стальном трубопроводе длиной L= (120 + 5 y) м, построить напорную и пьезометрическую линии, если длина первого участка L_1 = (75 + 2 z) м, его диаметр D_1 м. Диаметр второго участка D_2 мм, напор в баке H = (4,5 + 0,2 y) м. Отметка начала трубопровода $z_н$ = (5 + 0,1 y) м, в конце – $z_к$ = (3,5 + 0,1

z) м, температура воды в трубопроводе t = 15° С (рис. 4).

Численные значения диаметров взять из табл. 1.

Указание. В первом приближении при решении задачи следует принимать квадратичную область гидравлических сопротивлений и затем уточнить значение λ.

Таблица 1

Цифра шифра Z	D_1, мм	D_2, мм	Цифра шифра Z	D_1, мм	D_2, мм
0	100	150	5	80	100
1	125	175	6	100	125
2	80	100	7	125	175
3	100	125	8	80	100
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

Задача 5

В верхний сосуд поступает вода с расходом Q = (0,25 + 0,05 y) л/с, которая затем перетекает через малое отверстие в дне диаметром $d1$ = (10 + 0,1 z) мм в нижний резервуар, имеющий также малое отверстие в дне диаметром $d2$ = (15 + 0,1 y) мм. Определить: 1) напоры H_1 и H_2 в обоих сосудах; 2) при каком диаметре d_2 напор H_2 будет вдвое меньше H_1 (рис. 5)

Задача 6

На трубопроводе, питаемом от водонапорной башни, участок BC имеет непрерывную раздачу по пути q_0 = (0,05 + 0,002 y) л/с, а в точках C и D – сосредоточенные расходы Q_C = (10 + 0,1 z) л/с и QD = (12 + 0,1 y) л/с.

Длины участков: AB = (400 + 10 y) м, BC = (300 + 5 z) м, CD = (200 + 5 y) м. Отметка земли у башни $Z_н$ = (15 + y) м, в конце, в точке D – $Z_к$ = (10 + 0,5 z) м. Свободный напор $H_{св} \geq$ 10 м. Определить высоту водонапорной башни $h_б$ в точке A, если диаметры участков D_{AB} = D_{BC} мм, DCD мм, трубы асбестоцементные.

Численные значения диаметров взять из табл. 2

Таблица 2

Цифра шифра Z	D_{AB} = D_{DC}, мм	D_{CD} , мм	Цифра шифра Z	D_{AB} = D_{BC}, мм	D_{CD} , мм
0	75	147	5	100	189
1	100	189	6	119	195
2	119	195	7	128	235
3	128	235	8	100	189
4	75	147	9	119	195

Задача 7

Определить среднюю скорость и расход в канале трапецеидального сечения, если: коэффициент шероховатости стенок и дна канала n = 0,017; уклон дна i = (0,02 + 0,0002 y); ширина дна русла b = (1 + 0,1 z) м; а глубина воды в канале h_0 = (0,6 + 0,05 z) м; коэффициент заложения откосов m = 1 (рис. 7).

Задача 8

Вычислить расход воды для прямоугольного водослива с боковым сжатием при напоре H = (0,5 + 0,05 y) м, высоте P = (0,7 + 0,02 z) м, ширине отверстия b = (0,5 + 0,01 y) м и подводящего канала B = (2 + 0,05 z) м, если $h_{н.б}$ = (0,5 + 0,02 y) м (рис. 8).

Задача 9

Рассчитать гаситель энергии в виде водобойной стенки при q = (15 + 0,1 y) м^2/с, высоте водослива P = (4,5 + 0,05 z) м, m = 0,49, ϕ = 0,98, если $h_б$= (4 + 0,05 y) м. Расчет произвести на 1 м ширины плотины (рис. 9).

Задача 10

Установить форму кривой свободной поверхности перед перепадом, если $h_0 = (0{,}25 + 0{,}01\ y)$ м, $h1 = (0{,}45 + 0{,}02\ z)$ м, $h_К = (0{,}55 + 0{,}1\ y)$ м (рис. 10).

Задача 11

Определить радиус влияния совершенного грунтового колодца R, если: мощность водоносного пласта $H = (10 + 0{,}1\ y)$ м; уровень воды в колодце $h = (8 + 0{,}05\ z)$ м; диаметр колодца $d = (100 + 0{,}05\ y)$ см; коэффициент фильтрации $k = 0{,}0003$ м/с; дебит колодца $Q = (500 + 10\ z)$ м3/сут (рис. 11).

Рисунки к задачам

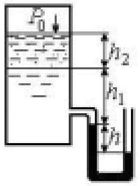


Рис. 1

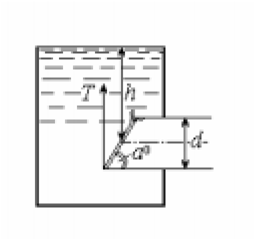


Рис. 2

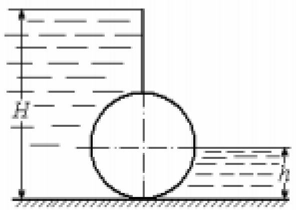


Рис. 3

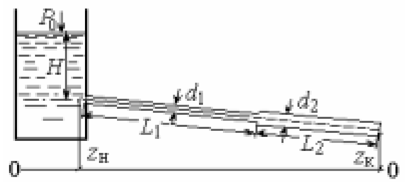


Рис. 4

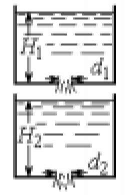


Рис. 5

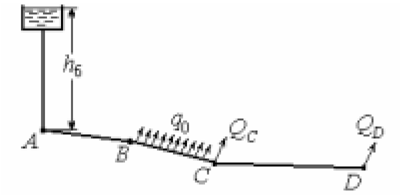


Рис. 6

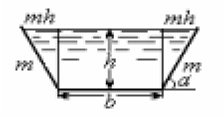


Рис. 7

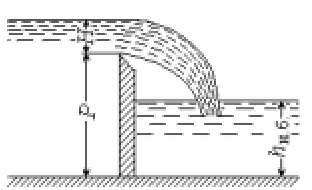


Рис. 8

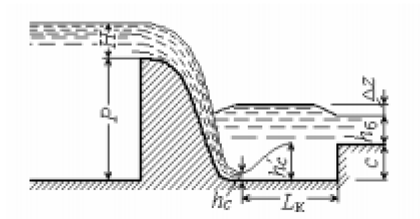


Рис. 9

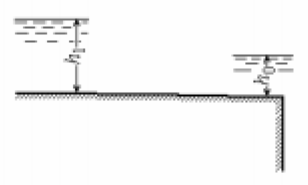


Рис. 10

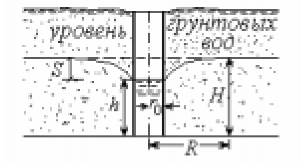


Рис. 11

Приложение 1

Схема к уравнению Бернулли

$$h_{пот} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + z_1 - z_2 + \frac{\alpha_1 \upsilon_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 \upsilon_2^2}{2g}$$

Гидростатика

$\upsilon_1 = \upsilon_2$;
$h_{пот} = 0$

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = z_1 - z_2$$

$Z_1 = Z_2$

Горизонтальные трубы

$$h_{пот} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_1 \upsilon_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 \upsilon_2^2}{2g}$$

$\upsilon_1 = \upsilon_2$

Трубы постоянного сечения

$$h_{пот} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + z_1 - z_2$$

$p_1 = p_2$

Безнапорные течения

$$h_{пот} = z_1 - z_2 + \frac{\alpha_1 \upsilon_1^2}{2g} - \frac{\alpha_2 \upsilon_2^2}{2g}$$

Горизонтальные трубы постоянного сечения

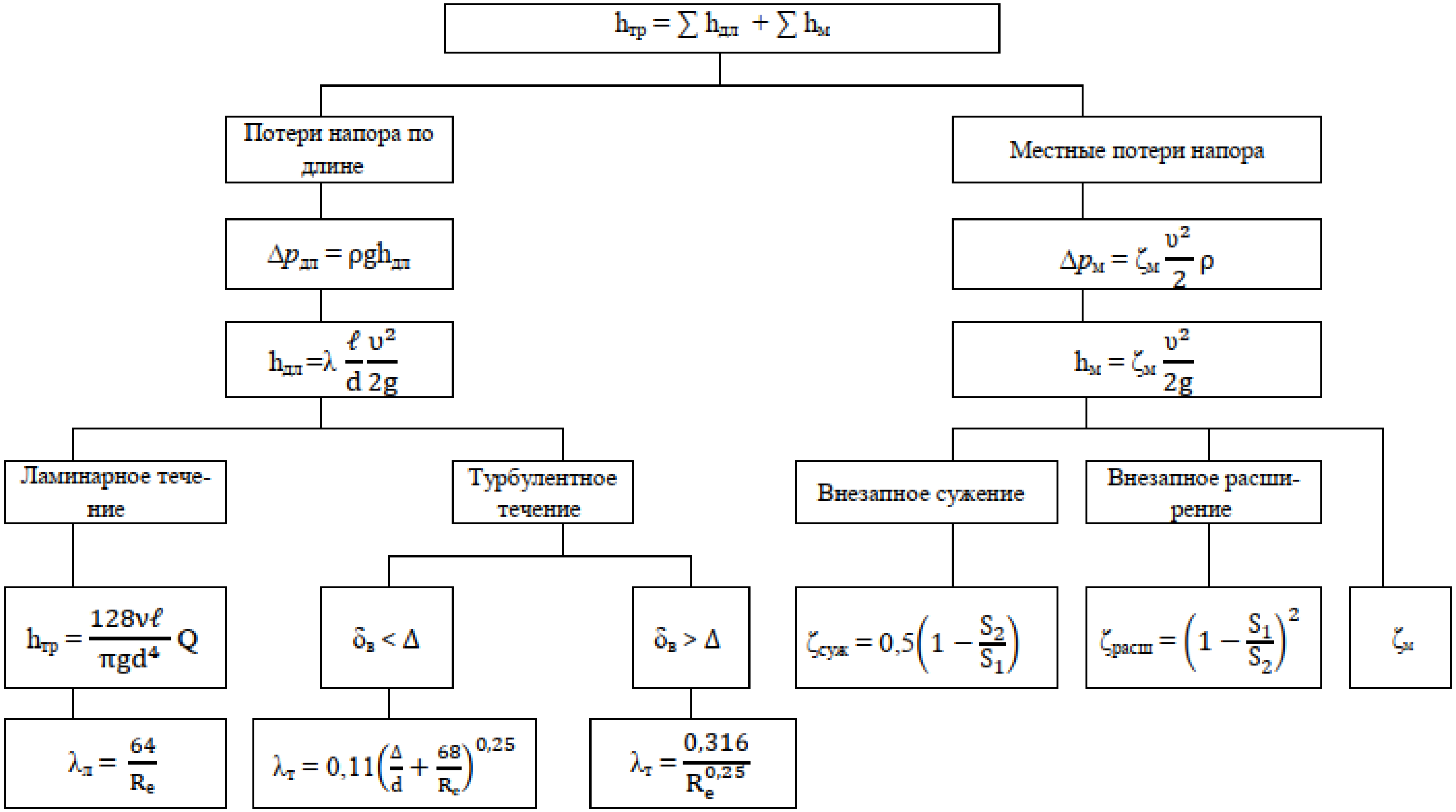
$$h_{пот} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g}$$

Равномерное течение в каналах и трубах

$$h_{пот} = z_1 - z_2$$

Приложение 2

Схема к определению потерь напора в круглых трубах.



1. Значения кинематического коэффициента вязкости ν для некоторых жидкостей (табл. 1).

Таблица 1

Наименование жидкости	Температура t, °С	ν, см^2 / с
Вода	5	0,0152
То же	10	0,0131
– » –	15	0,0115
– » –	20	0,0101
– » –	45	0,0060
Нефть (плотность 880 кг/м^3)	15	0,28–0,34

2. Коэффициент местных потерь (табл. 2).

Таблица 2

Наименование местного сопротивления	$\xi_м$
Вход в трубу, прямой, при острых входных кромках	0,5
Выход из трубы в резервуар больших размеров	1,0
Внезапное расширение трубы	$(\omega_2 / \omega_1 - 1)^2$
Внезапное сужение трубы	$0{,}5(1 - \omega_2/\omega_1)$

3. Эквивалентная шероховатость $\Delta_{экв}$, мм, для труб :

Стальные цельнотянутые, новые	0,02–0,05
То же, не новые	0,15–0,30
Чугунные новые	0,25–1,00
То же, не новые	0,80–1,50
Асбестоцементные	0,05–0,10
Бетонные и железобетонные	0,30–0,80

4. Удельное сопротивление S_0 асбестоцементных труб, $с^2/м^6$ (табл. 3).

Таблица 3

D_1, мм трубы	Средняя скорость в сечении v, м/с						
	0,25	0,50	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5
50	8610	7640	7160	6850	6470	6230	6080
75	1050	931	873	835	788	760	741
100	236	210	196	188	177	171	167
119	95,7	84,9	79,5	76,1	71,8	69,3	67,5
128	80,6	71,5	67,0	64,1	60,5	58,3	56,9
141	39,6	35,1	32,9	31,5	29,7	28,7	27,9
147	31,9	28,3	26,5	25,4	24,0	23,1	22,5
189	9,93	8,81	8,26	7,90	7,46	7,19	7,01
195	7,37	6,53	6,12	5,86	5,53	5,33	5,20
235	2,80	2,49	2,33	2,23	2,11	2,03	1,98
243	2,35	2,09	1,95	1,87	1,77	1,70	1,66
279	1,14	1,01	0,95	0,91	0,86	0,83	0,81
291	0,92	0,81	0,76	0,73	0,69	0,66	0,65
322	0,54	0,48	0,45	0,43	0,41	0,39	0,38
338	0,43	0,38	0,36	0,34	0,32	0,31	0,30
368	0,28	0,25	0,23	0,22	0,21	0,20	0,20
386	0,21	0,19	0,18	0,17	0,16	0,15	0,15
456	0,089	0,079	0,74	0,071	0,067	0,065	0,063
482	0,067	0,059	0,055	0,053	0,050	0,048	0,047
546	0,035	0,031	0,029	0,028	0,026	0,025	0,025
576	0,026	0,023	0,022	0,021	0,020	0,019	0,019
672	0,0119	0,0106	0,099	0,0095	0,0090	0,0065	0,0084
768	0,0060	0,0054	0,050	0,0048	0,0045	0,0044	0,0043